Universidade do Minho
Escola de Engenharia

SATISFIABILITY PROBLEM FOR PARACONSISTENT MODAL LOGIC

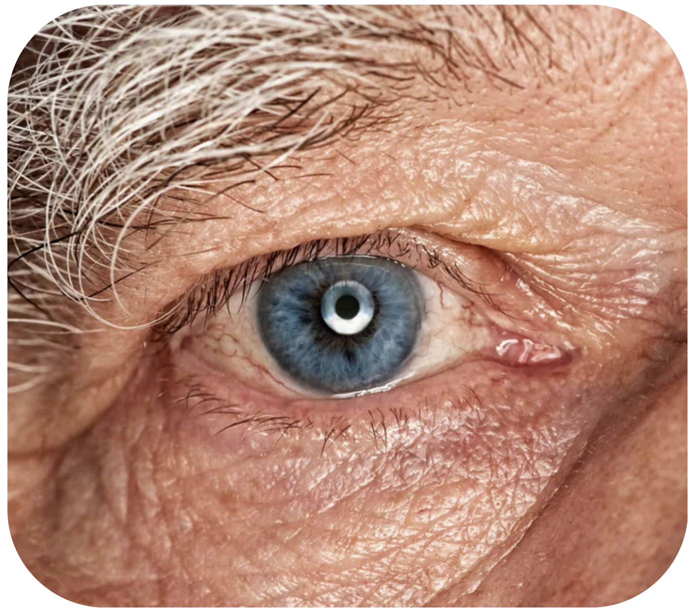
Autores:
Tiago Teixeira
Vasco Mota

ÍNDICE

1. CONTEXTO

CONTEXTO

- A degeneração macular relacionada com a idade, geram observações clínicas que são frequentemente contraditórias ou incompletas.
- A lógica paraconsistente modal oferece maneiras de representar essas contradições sem as eliminar, preservando a capacidade de raciocinar sobre a progressão da doença.
- A inferência de conclusões válidas sobre o estado da doença num paciente é o objetivo deste projeto.



+

2. LÓGICAS

LÓGICA PROPOSICIONAL

$\varphi, \psi ::= p \mid q \mid r \mid \ldots \mid \neg \varphi \mid (\varphi \land \psi) \mid (\varphi \lor \psi) \mid (\varphi \rightarrow \psi) \mid (\varphi \leftrightarrow \psi)$

A função de valoração V, definida por V: Prop → {0,1} é tal que:

Definição de V em Lógica Proposicional:

$V(\varphi) \in \{0,1\}$
$V(\neg\varphi) = 1 - V(\varphi)$
$V(\varphi \leftrightarrow \psi) = 1$ se $V(\varphi) = V(\psi)$;
se não $V(\varphi \leftrightarrow \psi) = 0$
$V(\varphi \land \psi) = 1$ se $V(\varphi) = V(\psi) = 1$;
se não $V(\varphi \land \psi) = 0$

$V(\varphi \lor \psi) = 0$ se $V(\varphi) = V(\psi) = 0$;
se não $V(\varphi \land \psi) = 1$
$V(\varphi \rightarrow \psi) = 0$ se $V(\varphi) = 1$ e $V(\psi) = 0$;
se não $V(\varphi \rightarrow \psi) = 1$

Principio da Explosão: $\varphi \land \neg\varphi \vdash \psi$ é válida

LÓGICA PARACONSISTENTE

Nesta lógica, a inferência $\varphi \wedge \neg\varphi \nvDash \psi$ deixa de ser válida, pois, seja V tal que
$V : Prop \to [0,1]$

$\varphi, \psi ::= p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \psi) \mid (\varphi \vee \psi)$, onde $V(\varphi), V(\psi) \in [0,1]$

Com [0,1], pretende-se dizer que as proposições deixam de ser um valor binário.

Definição de V em Lógica Paraconsistente:

$V(\varphi) \in [0,1]$

$V(\neg\varphi) = 1 - V(\varphi)$

$V(\varphi \wedge \psi) = min(V(\varphi),V(\psi))$

$V(\varphi \vee \psi) = max(V(\varphi), V(\psi))$

LÓGICA MODAL

$\varphi, \psi ::= p \mid \neg\varphi \mid \ldots \mid (\varphi \rightarrow \psi) \mid \Box\varphi \mid \Diamond\varphi$

Além desta sintaxe, a lógica modal caracteriza-se pela noção de modelos.
Estes modelos são tuplos $M = \langle W, R, V \rangle$ onde,

W: conjunto de mundos possíveis
$R \subseteq W \times W$: relação de acessibilidade
$V: Prop \rightarrow P(W)$: função de valoração

Semântica de um Modelo M:

- para cada $p \in At$, $M, w \vDash p$ se $w \in V(p)$;
- não $M, w \vDash \bot$;
- $M, w \vDash \varphi \rightarrow \varphi'$ se $M, w \nvDash \varphi$ ou $M, w \vDash \varphi'$;
- $M, w \vDash \varphi \wedge \varphi'$ se $M, w \vDash \varphi$ e $M, w \vDash \varphi'$;
- $M, w \vDash \varphi \vee \varphi'$ se $M, w \vDash \varphi$ ou $M, w \vDash \varphi'$;
- $M, w \vDash \Box\varphi$ se $M, w' \vDash \varphi$ para todo $w' \in W$ tal que wRw';
- $M, w \vDash \Diamond\varphi$ se existe $w' \in W$ tal que wRw' e $M, w' \vDash \varphi$;

3. PROBLEMA DA SATISFAZIBILIDADE

SATISFAZIBILIDADE

Consiste em determinar se existe uma atribuição de valores de verdade (True/False) para as variáveis de uma fórmula booleana que a torne verdadeira.

Exemplos:

$(\varphi \vee \psi)$

Se φ assumir valor True e ψ assumir o valor False a formula é Verdadeira, logo satisfazível

$(\varphi \wedge \neg\varphi)$

Para qualquer valor de verdade (True ou False) que φ assuma, esta formula nunca vai ser Verdadeira, logo não é satisfazivel

SATISFAZIBILIDADE NUMA LÓGICA PARACONSISTENTE

Uma vez que numa lógica paraconsistente trabalhamos com valores dentro do intervalo [0,1], vamos trabalhar sobre algo mais abrangente

Neste ponto, algo que não era satisfazivel numa logica proposicional, pode ser satisfazivel numa logica paraconsistente

Exemplos:

$(\varphi \wedge \neg\varphi)$

Se φ assumir valor de 0.5 a formula é suficientemente verdadeira, logo satisfazível. Ao contrario daquilo que aconteceria caso φ apenas assumisse apenas valores de {0,1}

4. MÉTODO TABLEAU

MÉTODO DE TABLEAU

Consiste em criar um sistema/árvore atraves de regras, as quais vão permitir uma analise das formulas logicas e permitir saber se uma formula é satisfazivel ou não

Algumas regras para Logica Proposicional:

$$\frac{1 \quad \neg\varphi}{0 \quad \varphi}$$

$$\frac{0 \quad \neg\varphi}{1 \quad \varphi}$$

$$\frac{1 \quad \varphi \land \psi}{\begin{array}{cc} 1 & \varphi \\ 1 & \psi \end{array}}$$

$$\frac{0 \quad \varphi \land \psi}{0\ \varphi \mid 0\ \psi}$$

MÉTODO DE TABLEAU

Objetivo principal

Utilizar regras de tableau para logica paraconsistente, fazendo com que, através das árvores desenvolvidas seja possivél saber se uma formula é satisfazivel ou não para certos valores.

Podemos até mesmo trabalhar de forma a procurar valores para os quais uma certa formula é satisfazivel

Posteriormente

Posteriormente pretendemos avançar com este tipo de regras para uma logica modal

5. PLANEAMENTO

PLANEAMENTO

Tendo feito o levantamento do estado da arte, de que forma é que vamos de que atacar o problema?

1. Usar como base a lógica proposicional;
2. Aplicar regras tableau sobre a lógica;
3. Transitar da lógica proposicional para a lógica paraconsistente;
4. Adaptar o método tableau para a lógica paraconsistente;
5. Adicionar operações modais de possibilidade e necessidade à lógica;
6. Aplicar a regra de fusão paraconsistente: $\Diamond\varphi$ e $\neg\Diamond\varphi$ para $\Diamond(\varphi \land \varphi')$;
7. Para cada $\Diamond\varphi$ resultante, criar um novo mundo w' acessível via R e repetir o processo nesse mundo, construindo incrementalmente o modelo $M = \langle W, R, V \rangle$;
8. Aplicar o modelo resultante ao caso concreto da doença macular, onde cada mundo representa um estado de progressão da doença e as fórmulas representam observações clínicas possivelmente contraditórias.

CALENDARIZAÇÃO

1 e **2** - Até dia 26/03/2026

3 e **4** - Até dia 16/04/2026

5, **6** e **7** - Até dia 14/05/2026

8 - Até dia 21/05/2026

Universidade do Minho
Escola de Engenharia

SATISFIABILITY PROBLEM FOR PARACONSISTENT MODAL LOGIC

Autores:
Tiago Teixeira
Vasco Mota