

Metodos Formais em Engenharia de Software (2025/26)

Modelação em Lógica Proposicional

Os exercícios desta ficha serão desenvolvidos em duas aulas: a primeira dedicada à modelação dos problemas propostos em lógica proposicional, e a segunda à sua implementação, com recurso a um *SAT solver*.

Exercício 1 (Colocação de painéis) Pretende-se decorar uma parede com uma sequência de 7 painéis, de iguais dimensões, justapostos. Os painéis podem ser de: (1) madeira, (2) metal ou (3) vidro. A colocação dos painéis tem que ser feita de acordo com as seguintes regras:

- (a) Cada uma das 7 posições possíveis tem que ter um painel.
- (b) Os painéis não podem ser sobrepostos.
- (c) Os painéis das extremidades não podem ser do mesmo tipo de material.
- (d) O painel do meio não pode ser de vidro.
- (e) Todos os materiais têm que ser usados.
- (f) Não podem ficar dois painéis de vidro seguidos.
- (g) Junto a um painel de metal terá de haver pelo menos um painel de madeira.
- (h) Se o primeiro painel for de vidro e o segundo de madeira, o último terá que ser de metal.

Para codificar este problema em lógica proposicional, vamos ter um conjunto de variáveis proposicionais $x_{p,m}$ com a seguinte semântica:

$x_{p,m}$ é verdade sse o painel que ocupa a posição p é do material m , com $p = 1..7$ e $m = 1..3$

1. Codifique este problema em lógica proposicional, escrevendo um conjunto de fórmulas proposicionais adequado à modelação destas regras.
2. Comente, genericamente, como poderia tirar partido de um *SAT solver* para fazer a distribuição dos painéis. Será que há várias alternativas para distribuir os painéis seguindo estas regras? Como poderá fazer para explorar as várias soluções?
3. Em termos lógicos como podemos descrever cada uma das seguintes afirmações:
 - (a) Nas duas primeiras posições terá de haver, pelo menos, um painel de vidro.
 - (b) É possível colocar um painel de madeira na última posição.
4. Como poderia usar um *SAT solver* para testar a veracidade das afirmações da alínea 3.

Exercício 2 (Distribuição de gabinetes) Considere que temos 3 gabinetes e queremos distribuir 4 pessoas (Ana, Nuno, Pedro e Maria) por esses gabinetes, de acordo com as seguintes regras de ocupação:

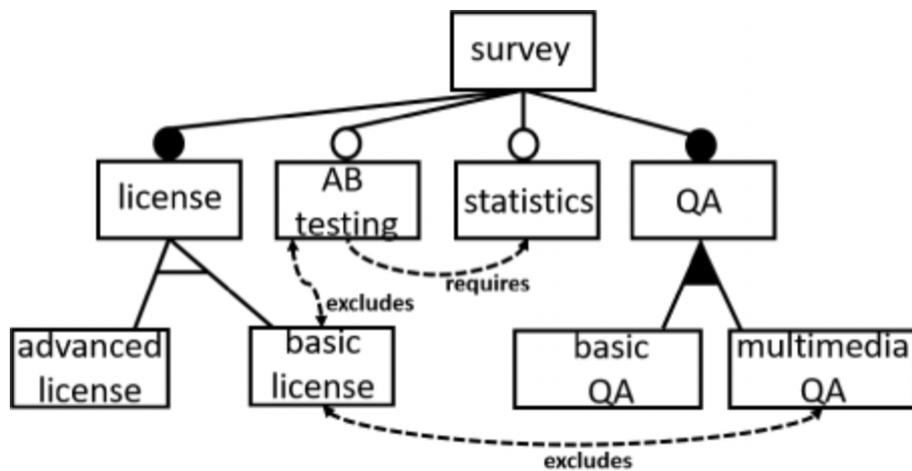
- (a) Cada pessoa ocupa um único gabinete.
 - (b) O Nuno e o Pedro não podem partilhar gabinete.
 - (c) Se a Ana ficar sozinha num gabinete, então o Pedro também terá que ficar sozinho num gabinete.
 - (d) Cada gabinete só pode acomodar, no máximo, 2 pessoas.
1. Codifique este problema em lógica proposicional. Assinale o que denota cada variável proposicional que introduzir, e escreva um conjunto de fórmulas proposicionais adequado à sua modelação.
 2. Comente, genericamente, como poderia tirar partido de um *SAT solver* para fazer a distribuição dos gabinetes. Será que há várias alternativas para distribuir os gabinetes seguindo estas regras? Como poderá fazer para explorar as várias soluções?
 3. Em termos lógicos como podemos descrever cada uma das seguintes afirmações:
 - (a) Se a Maria ocupar o gabinete um, então ela ficará sozinha nesse gabinete.
 - (b) Se a Ana e o Nuno ficarem no mesmo gabinete, então a Maria e o Pedro terão que partilhar também um outro gabinete.
 4. Como poderia usar o *SAT solver* para testar a veracidade das afirmações da alínea 3.

Exercício 3 (Alocação de aulas) Num curso de formação temos 5 aulas consecutivas e temos 3 formadores (a Ana, a Beatriz e o Carlos) capazes de dar qualquer aula. Queremos alocar os formadores à diversas aulas, obedecendo às seguintes restrições:

- (a) O Carlos não pode dar a primeira aula.
 - (b) Se a Beatriz der a primeira aula, não poderá dar a última.
 - (c) Cada aula tem pelo menos um formador.
 - (d) As quatro primeiras aulas têm no máximo um formador.
 - (e) A última aula pode ter no máximo dois formadores.
 - (f) Nenhum formador pode dar 4 aulas consecutivas.
1. Codifique este problema em lógica proposicional. Assinale o que denota cada variável proposicional que introduzir.
 2. Indique, em termos gerais, como poderia um *SAT solver* para fazer a alocação dos formadores às várias aulas.

Exercício 4 (Feature model analysis) Os *feature models* são elementos centrais no desenvolvimento de software orientado a funcionalidades. Eles permitem representar o que é comum e o que pode variar em artefatos de software, assim como em outros produtos e serviços.

A figura abaixo apresenta um *feature model* para software de questionários. Neste modelo, “license” descreve o tipo de licença escolhida, onde existem duas opções: a licença avançada, que permite incluir todas as funcionalidades do modelo, e a licença básica, que limita o conjunto de funcionalidades selecionáveis. As funcionalidades “license” e “QA” são obrigatórias, ou seja, devem estar presentes em qualquer configuração do software de questionários. Se o utilizador optar por incluir “AB testing” na configuração, também terá de incluir a funcionalidade “statistics”. A funcionalidade “QA” pode ser usada com perguntas de QA básicas ou multimédia – pelo menos uma destas tem de ser incluída em cada configuração.



1. Codifique este *feature model* em lógica proposicional.
2. Como poderá usar um *SAT solver* para responder às seguintes questões:
 - (a) O *feature model* é vazio?
 - (b) Quantas variantes existem?
 - (c) Se o “AB testing” fosse obrigatório, quais seriam as funcionalidades nucleares?
 - (d) Se o “QA basic” exigisse o “AB testing”, haveria funcionalidades mortas?