

Modelação em Lógica Proposicional

Exercício 1 (Configuração de produtos) Certos produtos, como é o caso dos automóveis, são altamente personalizáveis. Mas podem haver dependências intrincadas entre configurações. Os clientes podem não estar cientes de todas essas dependências, e poderão escolher opções de configuração inconsistentes.

Como são muitas configurações e muitas dependências, podemos usar um SAT *solver* para verificar se o cliente escolhe opções de configuração consistentes. Para isso, podemos seguir os seguintes passos:

1. Codificar as dependências entre configurações como uma fórmula proposicional ψ .
2. Codificar as opções selecionadas pelo cliente como uma fórmula proposicional ϕ .
3. Usar o SAT *solver* para verificar se $\psi \wedge \phi$ não é contraditório.

Considere agora a seguinte dependência entre as configurações disponíveis para a personalização de um automóvel:

“O ar condicionado Thermotronic comfort requer uma bateria de alta capacidade, exceto quando combinado com motores a gasolina de 3,2 litros.”

Será que um cliente pode escolher o ar condicionado Thermotronic comfort, uma bateria de pequena capacidade, mas não escolher o motor de 3,2 litros? Como poderia responder a esta pergunta com a ajuda de um SAT *solver*?

Exercício 2 (Distribuição de gabinetes) Considere que temos 3 gabinetes e queremos distribuir 4 pessoas (Ana=1, Nuno=2, Pedro=3 e Maria=4) por esses gabinetes. Para codificar este problema em lógica proposicional, vamos ter um conjunto de variáveis proposicionais $x_{p,g}$ com a seguinte semântica:

$x_{p,g}$ é verdade sse a pessoa p ocupa o gabinete g , com $p = 1..4$ e $g = 1..3$

1. Considere que foram estipuladas as seguintes regras de ocupação dos gabinetes:
 - (a) Cada pessoa ocupa um único gabinete.
 - (b) O Nuno e o Pedro não podem partilhar gabinete.
 - (c) Se a Ana ficar sozinha num gabinete, então o Pedro também terá que ficar sozinho num gabinete.
 - (d) Cada gabinete só pode acomodar, no máximo, 2 pessoas.

Escreva um conjunto de fórmulas proposicionais adequado à modelação destas regras.

2. Indique, por palavras suas, como faria para usar um SAT *solver* para fazer a distribuição dos gabinetes. Será que há várias alternativas para distribuir os gabinetes seguindo estas regras? Como poderá fazer para explorar as várias soluções?
3. Indique uma fórmula lógica capaz de descrever cada uma das seguintes afirmações:

- (a) Se a Maria ocupar o gabinete um, então ela ficará sozinha nesse gabinete.
 - (b) Se a Ana e o Nuno ficarem no mesmo gabinete, então a Maria e o Pedro terão que partilhar também um outro gabinete.
4. Como poderia usar o SAT *solver* para testar a veracidade das afirmações da alínea 3, face às regras estipuladas na alínea 1?

Exercício 3 (Configuração de computadores)

Uma loja de electrónica permite aos seus clientes personalizar o seu computador, escolhendo entre dois modelos de CPU, dois modelos de placa gráfica, dois modelos de memória RAM, dois modelos de *motherboards* e dois modelos de monitor. Cada computador tem que ter obrigatoriamente uma única *motherboard*, um único CPU, uma única placa gráfica e uma única memória RAM. O computador poderá ter ou não ter monitor. A personalização do computador deverá obedecer às seguintes regras:

- A *motherboard* MB1 quando combinada com a placa gráfica PG1, obriga à utilização da RAM1.
 - A placa gráfica PG1 precisa do CPU1, excepto quando combinada com uma memória RAM2.
 - O CPU2 só pode ser instalado na *motherboard* MB2.
 - O monitor MON1 para poder funcionar precisa da placa gráfica PG1 e da memória RAM2.
1. Codifique este problema em lógica proposicional. Assinale claramente o que denota cada variável proposicional que introduzir, e escreva um conjunto de fórmulas proposicionais adequado à sua modelação.
2. Indique, apenas por palavras, como poderia usar um SAT *solver* para testar a consistências deste conjunto de regras.
3. Indique, apenas por palavras, como usaria um SAT *solver* para se pronunciar quanto à veracidade das seguintes afirmações:
- (a) O monitor MON1 só poderá ser usado com uma *motherboard* MB1.
 - (b) Um cliente pode personalizar o seu computador da seguinte forma: uma *motherboard* MB2, o CPU1, a placa gráfica PG2 e a memória RAM1.

Exercício 4 (Alocação de aulas) Num curso de formação temos 5 aulas consecutivas e temos 3 formadores (a Ana, a Beatriz e o Carlos) capazes de dar qualquer aula. Queremos alocar os formadores à diversas aulas, obedecendo às seguintes restrições:

- O Carlos não pode dar a primeira aula.
 - Se a Beatriz der a primeira aula, não poderá dar a última.
 - Cada aula tem pelo menos um formador.
 - As quatro primeiras aulas têm no máximo um formador.
 - A última aula pode ter no máximo dois formadores.
 - Nenhum formador pode dar 4 aulas consecutivas.
1. Codifique este problema em lógica proposicional. Assinale o que denota cada variável proposicional que introduzir.
2. Indique, por palavras suas, como faria para usar um SAT *solver* para fazer a alocação dos formadores à várias aulas.