

Número: _____ Nome: _____

1. SAT (6 pontos)

Uma loja de electrónica permite aos seus clientes personalizar o seu computador, escolhendo entre dois modelos de CPU, dois modelos de placa gráfica, dois modelos de memória RAM, dois modelos de *motherboards* e dois modelos de monitor. Cada computador tem que ter obrigatoriamente uma única *motherboard*, um único CPU, uma única placa gráfica e uma única memória RAM. O computador poderá ter ou não ter monitor. A personalização do computador deverá obedecer às seguintes regras:

- A *motherboard* MB1 quando combinada com a placa gráfica PG1, obriga à utilização da RAM1.
 - A placa gráfica PG1 precisa do CPU1, excepto quando combinada com uma memória RAM2.
 - O CPU2 só pode ser instalado na *motherboard* MB2.
 - O monitor MON1 para poder funcionar precisa da placa gráfica PG1 e na memória RAM2.
- a) Por forma a codificar este problema como um problema SAT, defina um conjunto adequado de variáveis proposicionais, e escreva um conjunto de fórmulas proposicionais adequado à sua modelação.
- b) Indique o que deveria ser o conteúdo de um ficheiro com a codificação em formato DIMACS CNF, para comprovar que este conjunto de restrições é consistente, e qual a resposta que o *SAT solver* deveria dar.
- c) Indique, justificando a sua resposta, como faria para com o *SAT solver* confirmar que:
1. O monitor MON1 só poderá ser usado com uma *motherboard* MB1.
 2. Um cliente pode personalizar o seu computador da seguinte forma:
uma *motherboard* MB2 , o CPU1, a placa gráfica PG2 e a memória RAM1.

Número: _____ Nome: _____

2. Modelação estrutural com Alloy (4 pontos)

Especifique as seguintes propriedades sobre este modelo de um sistema de informação de uma universidade.

```
sig UC {  
    precedencias : set UC,  
    inscritos : set Aluno  
}  
sig Curso {  
    plano : some UC,  
    inscritos : set Aluno  
}  
sig Aluno {}
```

- Todas as UCs têm que pertencer ao plano de algum curso.
- Os alunos inscritos num curso devem estar inscritos nalguma das suas UCs.
- Se uma UC tem precedências então estas devem fazer parte do plano de todos os cursos aos quais ela pertence.
- Um aluno inscrito numa UC não pode estar inscrito nalguma das suas precedentes (directas ou indirectas).

Número: _____ Nome: _____

3. Modelação comportamental com Alloy (4 pontos)

Considere o seguinte modelo, onde o **fact** caminho garante que a **sig** Actual faz um caminho válido no grafo (ou seja, só se desloca para nós adjacentes).

```
sig Node { adj : set Node }  
var one sig Actual in Node {}  
pred stutter { Actual' = Actual }  
pred avanca { some n : Actual.adj | Actual' = n }  
fact caminho { always (stutter or avanca) }  
run hamiltoniano { ... }
```

- Complete a definição do **run** hamiltoniano por forma a garantir que o caminho percorrido pela **sig** Actual seja *Hamiltoniano*, ou seja, visita todos os nós mas não mais do que uma vez (note que o caminho não tem que ser um ciclo).
- Modifique a definição dos eventos **stutter** e **avanca** por forma a que qualquer comando **run** gere sempre caminhos Hamiltonianos. Pode declarar novas assinaturas ou relações se desejar.

Número: _____ Nome: _____

4. Frama-C (6 pontos)

Recorde a definição em C do algoritmo de Warshall, abordado no exercício para casa:

```
#define MAXVERTICES 10
typedef int Graph[MAXVERTICES][MAXVERTICES];

void WarshallTC (Graph A, Graph R, int n) {
    int i, j, k;

    for (i=0 ; i<n ; i++)
        for (j=0 ; j<n ; j++)
            R[i][j] = A[i][j];

    for (k=0 ; k<n; k++)
        for (i=0 ; i<n ; i++)
            for (j=0 ; j<n ; j++)
                if (R[i][k] && R[k][j])
                    R[i][j] = 1;
}
```

a) Apresente a anotação completa desta função (incluindo pré-condições) com todos os elementos necessários para provar:

- a sua *segurança de execução* (operações de memória e aritméticas), terminação, e *frame condition* adequada;
- a sua correção face ao seguinte contrato:

```
@ requires \forall integer a, b; 0 <= a < n && 0 <= b < n ==>
@         A[a][b]==0 || A[a][b]==1 ;
@ ensures \forall integer a, b; 0 <= a < n && 0 <= b < n ==>
@         R[a][b]==0 || R[a][b]==1 ;
```

Número: _____ Nome: _____

b) Considere agora o comportamento funcional do algoritmo. Pretende-se provar que ele satisfaz a seguinte pós-condição:

```
@ ensures \forall integer a, b ; 0 <= a < n && 0 <= b < n ==>
@      A[a][b] <=> reachable{Here}((Graph) R, a, b, n) ;
```

Para isso, comece por completar a seguinte axiomatização, escrevendo axiomas ou uma definição para o predicado `reachable`, e outros elementos que entenda necessários:

```
/*@ axiomatic GraphTClosure {
  @ predicate reachable{L}(Graph g, integer a, integer b, integer V) ;
  @
  @ ...
  @ }
@*/
```

Anote depois o programa com invariantes de ciclo adequados para provar a pós-condição.

Dica: Utilize o seguinte invariante para o ciclo `for (k=0 ; k<n; k++)`.

No início de cada iteração, $R[a][b] == 1$ sse existir em A um caminho de a para b que passe apenas pelos vértices do conjunto $\{0, \dots, k-1\}$.